Nogle Forsøg over Varmeledningsevnen.

Af

C. Christiansen.

(Meddelt i Mødet den 14. Januar 1881.)

I. Theori.

I de senere Aar have mange Fysikere søgt at bestemme Varmeledningsevnen, og der foreligger nu en hel Række Arbejder derover. Uden at indlade mig paa en Kritik af disse skal jeg kun omtale, at ikke blot de anvendte Methoder, men ogsaa de Resultater, som ere vundne, afvige meget fra hinanden. Det er kun i meget faa Tilfælde, man kjender Legemernes absolute Ledningsevne, og selv om den relative Ledningsevne kan der i mange Tilfælde være Tvivl. Dette ligger for en stor Del deri, at man i Almindelighed bestemmer ved Forsøg en Størrelse, der foruden Ledningsevnen tillige indeholder Vægt og Varmefylde. Af disse sidste er den første let at finde, den anden derimod meget vanskelig at bestemme. Og denne Vanskelighed træder især frem, naar det gjælder om at bestemme Ledningsevnens Afhængighed af Temperaturen. Man véd derfor kun meget lidt derom.

Mest Arbejde er der anvendt paa Maalingen af Metallernes Ledningsevner, og angaaende denne har Selskabet fornylig modtaget et betydeligt Arbejde af Hr. Professor Lorenz. Angaaende de slette Legemer vidste man næsten intet, indtil H. F. Weber i Zürich i Løbet af 1880 offentliggjorde en Række Undersøgelser over Vædskernes Varmeledningsevne. Om Ledningsevnen af

Luftarterne haves Undersøgelser af Stefan, Kundt og Warburg samt Winkelmann, som stemme godt overens.

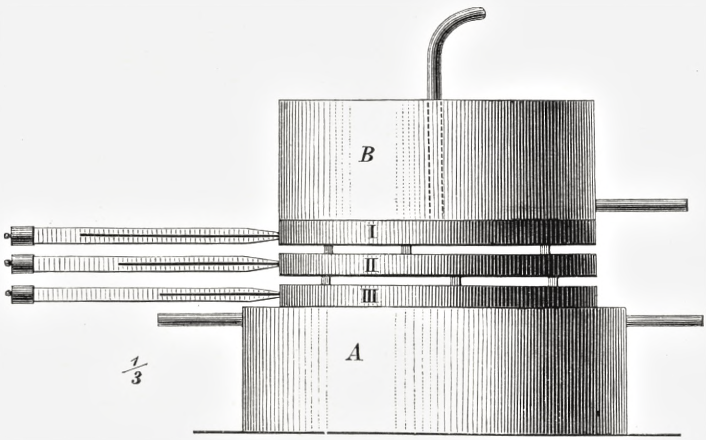
Da jeg af Carlsbergfondet havde modtaget en Understøttelse til Undersøgelse af Lysets Brydning i stærkt farvede Legemer, var det mig magtpaaliggende samtidigt at bestemme andre af disse Stoffers fysiske Konstanter, og navnlig var det af flere Grunde tænkeligt, at der kunde være nogen Sammenhæng mellem disse Legemers optiske Egenskaber paa den ene Side og deres Evne til at lede Varme og Elektricitet paa den anden. Jeg søgte derfor at finde en Methode, der tillod paa en nogenlunde simpel og dog nøjagtig Maade at finde disse sidste Størrelser, hvor det dog nærmest kom an paa at finde den relative Ledningsevne, den absolute havde i denne Sammenhæng mindre at betyde. Resultatet heraf skal her meddeles for Varmeledningens Vedkommende.

Jeg lod forfærdige 3 runde Kobberplader, som jeg vil kalde I, II og III. Deres Dimensioner og Vægt vare følgende:

	I.	II	III.
Diameter	$13^c.13$	$13^c.13$	$13^c.13$
Tykkelse	$0^c.9$	$0^c.9$	$0^c.9$
Vægt	975^{gr}	994^{gr}	991^{gr}
Hullets Diameter . . .	$0^c.53$	$0^c.53$	$0^c.53$
Hullets Dybde	$10^c.8$	$10^c.9$	$10^c.8$

Ind i den cylindriske Sideflade var der boret et Hul i hver Plade, hvis Længde og Diameter er angivet ovenfor; de vare bestemte til at modtage Thermometre. Disse vare særlig forfærdigede dertil, de gik fra $-10°$ til $+50°$, og hver Grad var delt i 5 Dele. Imellem Beholderen og den første Inddeling var der omtrent 10^c, saa at Beholderen kunde bringes saa langt ned i Hullet, som man vilde. Pladerne I og II vare desuden gjennemborede, og disse Boringer kunde lukkes med Kobberpropper. Igjennem disse Huller kunde Mellemrummet mellem Pladerne fyldes med en Vædske ganske som i de foran nævnte Forsøg af Weber.

Hvorledes disse Plader anvendtes, ses af hosstaaende Figur.



A er et Messingkar, som holdes afkjølet ved en Strøm koldt Vand. I, II, III de omtalte Kobberplader; de holdes adskilte ved ganske smaa Glasstumper, og i Mellemrummene indbringes de Legemer, som skulle undersøges. *B* er et Kar af Messing, hvorigjennem en Strøm af varmt Vand ledes.

Ledes altsaa nu varmt Vand gjennem *B* og koldt gjennem *A*, vil hele Apparatet efter nogen Tids Forløb komme i Varmeligevægt. Kaldes Temperaturen af Pladerne I, II og III T_1, T_2, T_3, Ledningsevnen af det Legeme, som fylder det øverste Mellemrum, K_1, af det, som fylder det nederste, K_2, Pladernes Afstande e_1 og e_2, deres Grundflade S, vil den Varmemængde, som gaaer fra I til II i et Minut være

$$SK_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1},$$

den, som gaaer fra II til III være

$$SK_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2};$$

og hvis den ydre Varmeledning er forsvindende, haves

$$\left.\begin{aligned} K_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1} &= K_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2} \\ \frac{K_1}{K_2} &= \frac{e_1}{e_2} \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Er det slette Varmeledere, som skulle undersøges, vil denne Formel i Reglen kunne benyttes, og denne Methode er saa simpel og sikker, at den maa kunne anvendes til tekniske Undersøgelser, hvor det gjælder om at sammenligne Ledningsevnen af forskjellige Sorter Papir, Tøj, Skind o. s. v.

Undertiden vil dog en Rettelse være fornøden, da Varmegraden her er forudsat konstant i Kobberpladerne, hvilket kun er rigtigt, naar Mellemlagene ere fyldte med meget slette Ledere. Kaldes Temperaturen i den øverste Kobberplades øverste Flade x, i den nederste x', ligeledes i de to andre y og y', z og z', Kobberpladernes Tykkelse e_0 og deres Ledningsevne K_0, haves

$$T_1 = \frac{x + x'}{2}, \quad T_2 = \frac{y + y'}{2}, \quad T_3 = \frac{z + z'}{2},$$

$$K_0 \frac{x - x'}{e_0} = K_1 \frac{x' - y}{e_1} = K_0 \frac{y - y'}{e_0} = K_2 \frac{y' - z}{e_2} = K_0 \frac{z - z'}{e_0}.$$

altsaa er $\quad x - x' = y - y' = z - z' = \delta.$

Ovenstaaende Ligning kan derfor skrives:

$$K_0 \frac{\delta}{e_0} = K_1 \frac{T_1 - T_2 - \delta}{e_1} = K_2 \frac{T_2 - T_3 - \delta}{e_2}.$$

Med tilstrækkelig Nøjagtighed er

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \frac{K_1}{K_0} \frac{e_0}{e_1} (T_1 - T_2) \\ \frac{K_2}{K_1} &= \frac{e_2}{e_1} \frac{T_1 - T_2 - \delta}{T_2 - T_3 - \delta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

For at bestemme δ maa man vel kjende Forholdet $\frac{K_1}{K_0}$, men det er nok, naar dette Forhold tilnærmelsesvis er givet.

Naar Ledningsevnen er en Funktion af Temperaturen, ville disse Formler dog ikke være tilstrækkelige. Men antages den at kunne gives Formen

$$K = k(1 + au)\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

hvor k og a ere Konstanter, u Temperaturen, er det let at beregne dens Indflydelse. Den Varmemængde, som gaar igjennem et vandret Plan i Apparatet, er nemlig konstant under de nævnte Forudsætninger, og altsaa kan man sætte

$$-k(1 + au)\frac{du}{dx} = C\,,$$

hvor dx er et Element af en lodret Linie; deraf findes

$$-k(u + \tfrac{1}{2}au^2) = Cx + C'.$$

hvor C' er en ny Konstant. Er nu for $x = 0$ $u = T_1$, for $x = e$ $u = T_2$, faas

$$C = k\left(1 + a\frac{T_1 + T_2}{2}\right)\frac{T_1 - T_2}{e_1}. \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Kaldes den ydre Varmeledningsevne for Kobberpladerne h, Arealet af den cylindriske Flade A, Luftens Temperatur T_0, saa vil den til Luften afgivne Varmemængde i Minuttet kunne skrives

$$hA(T_2 - T_0)\,,$$

og den fuldstændige Ligevægtsbetingelse er derfor

$$\left.\begin{aligned} Sk_1\left(1+\frac{T_1+T_2}{2}a_1\right)\frac{T_1-T_2}{e_1} - Sk_2\left(1+\frac{T_1+T_2}{2}a_2\right)\frac{T_1-T_2}{e_2} \\ = hA(T_2 - T_0)\,, \end{aligned}\right\}(5)$$

hvoraf

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{e_1}{e_2}\,\frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2}\left(1 + \frac{Ahe_2\,(T_2 - T_0)}{SK_2\,(T_1 - T_2)}\right).$$

hvor K_1 er Ledningsevnen ved Temperaturen $\frac{T_1 + T_2}{2}$, og K_2 den samme Størrelse ved Temperatur $\frac{T_2 + T_3}{2}$. For at formindske Omgivelsernes Indflydelse, maa Mellemlagene gjøres saa tynde, som muligt, og den midterste Plade noget nær holdes ved den omgivende Lufts Varmegrad.

Denne Fremgangsmaade tilsigter nærmest kun at finde den relative Ledningsevne, men den kan ogsaa give den absolute, naar man nemlig medtager den variable Tilstand. Betragtes et Lag af Tykkelse dx med Varmeledningsevne k, Vægtfylde ρ og Varmefylde c, hvor Temperaturen i den ene Grænseflade er u, i den anden $u + \frac{du}{dx} dx$, saa er den i Laget indtrædende Varmemængde i Tiden dt

$$-kS \frac{du}{dx} dt,$$

den af samme udtrædende Varmemængde

$$-kS \left(\frac{du}{dx} + \frac{d^2 u}{dx^2} dx \right) dt,$$

hvor S er Overfladen, hvorigjennem Varmen gaar, altsaa bliver der tilbage

$$kS \frac{d^2 u}{dx^2} dx dt.$$

Stiger Temperaturen i samme Tid med du, saa er den modtagne Varmemængde

$$c\rho S du dx.$$

Deraf faas

$$k \frac{d^2 u}{dx^2} = c\rho \frac{du}{dt}. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Den tilfredsstilles af u konstant, af $u = Cx$ og af

$$\left. \begin{aligned} u &= A e^{-\varphi^2 t} \sin(x \lambda \varphi + q), \\ \text{hvor} \quad \lambda &= \sqrt{\frac{c\rho}{k}}. \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Opgaven kan nu let løses, naar Temperaturen antages konstant i Kobberpladerne. I Laget mellem de to øverste, I og II, kan den skrives

$$u_1 = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e_1} x + \Sigma A e^{-\varphi^2 t} \sin(x \lambda_1 \varphi + q).$$

For Laget mellem de to nederste, II og III, faas

$$u_2 = T_3 + \frac{T_2 - T_3}{e_2} y + \Sigma B e^{-\varphi^2 t} \sin(y \lambda_2 \varphi + q_2).$$

hvor x regnes positiv nedad, y positiv opad, og T_1, T_2, T_3 ere Kobberpladernes Varmegrad, naar Ligevægt er indtraadt.

Antages det, at Pladerne I og III hele Tiden holdes ved konstant Varmegrad T_1 og T_3, maa man have

$$q_1 = q_2 = 0.$$

Desuden maa u_1 for $x = e_1$ være lig u_2 for $y = e_2$, da Temperaturen er ens overalt i den midterste Plade, følgelig

$$A \sin e_1 \lambda\lambda_1 \varphi = B \sin e_2 \lambda_2 \varphi. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (8)$$

Kaldes den midterste Kobberplades Varmegrad θ, saa modtager den fra Mellemlagene en Varmemængde

$$-k_1 S \frac{du_1}{dx} dt - k_2 S \frac{du_2}{dy} dt$$

for $x = e_1$ og $y = e_2$. Denne Varmemængde anvendes væsentlig til Opvarmning af Pladen. Kaldes dens Varmegrad θ, saa er den modtagne Varmemængde

$$c \rho e_0 S d\theta,$$

og tillige er

$$\theta = T_2 + \Sigma A e^{-\varphi^2 t} \sin e_1 \lambda_1 \varphi. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (9)$$

Dette giver

$$\Sigma A \varphi k_1 \lambda_1 e^{-\varphi^2 t} \cos e_1 \lambda_1 \varphi + \Sigma B \varphi k_2 \lambda_2 e^{-\varphi^2 t} \cos e_2 \lambda_2 \varphi$$
$$= \Sigma c \rho e_0 A \varphi^2 e^{-\varphi^2 t} \sin e_1 \lambda_1 \varphi ,$$

hvilket fordrer

$$k_1 \lambda_1 A \cos e_1 \lambda_1 \varphi + k_2 \lambda_2 B \cos e_2 \lambda_2 \varphi = A \varphi \sin e_1 \lambda_1 \varphi. \quad (10)$$

Elimineres A og B mellem (8) og (9), faas

$$k_1 \lambda_1 \cot e_1 \lambda_1 \varphi + k_2 \lambda_2 \cot e_2 \lambda_2 \varphi = c \rho e_0 \varphi. \;.\;.\;. \quad (11)$$

Denne Ligning viser, at φ har uendelig mange Værdier. Antages nu tillige begge Mellemrum lige tykke og fyldte med samme Stof, altsaa $k_1 = k_2$ og $e_1 = e_2$, faas

$$k_1 \lambda_1 \cot e_1 \lambda_1 \varphi = \tfrac{1}{2} c \rho e_0 \varphi$$

eller

$$e_1 \lambda_1 \varphi \operatorname{tg} e_1 \lambda_1 \varphi = 2 \frac{c_1 \rho_1 e_1}{c \rho e_0}. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (12)$$

Løses Ligning (12) med Hensyn til $e_1 \lambda_1 \varphi$, faas en Række af Værdier, af hvilke den første ligger i første Kvadrant, den anden i tredie Kvadrant og saaledes videre. Indsættes disse Værdier i (9), faas det fuldstændige Udtryk for θ, hvori kun Værdierne for A mangle; disse maa bestemmes af Temperaturen i de forskjellige Punkter af Mellemlaget for $t = 0$. Naar θ nærmer sig til at være T_2 med voxende Værdier t, vil tilsidst kun den Værdi af φ, som ligger i første Kvadrant, have Indflydelse.

Under denne Forudsætning vil man af 3 iagttagne Værdier af θ til Tiderne t_1, t_2, t_3 kunne finde φ. Man har nemlig

$$\theta_1 = T_2 + A e^{-\varphi^2 t_1} \sin e_1 \lambda_1 \varphi ,$$
$$\theta_2 = T_2 + A e^{-\varphi^2 t_2} \sin e_1 \lambda_1 \varphi ,$$
$$\theta_3 = T_2 + A e^{-\varphi^2 t_3} \sin e_1 \lambda_1 \varphi ,$$

hvoraf

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_2} = \frac{e^{-\varphi^2 t_2} - e^{-\varphi^2 t_1}}{e^{-\varphi^2 t_3} - e^{-\varphi^2 t_2}}.$$

Er nu

$$t_2 = t_1 + \tau, \quad t_3 = t_1 + 2\tau,$$

faas

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_2} = e^{\varphi^2 \tau}. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Har man nu af (13) fundet φ, kan dens Værdi indsættes i (12). Denne Ligning kan løses med Hensyn til $e_1 \lambda_1 \varphi$, og deraf findes k_1 ved Hjælp af

$$k_1 = \frac{c_1 \rho_1}{\lambda_1^2}.$$

Vil man tage Hensyn til den ydre Varmeledning, kan dette ske ved at antage, at den Overflade, hvorfra Varmen afgives, er den cylindriske Flade af Pladen II. Kaldes den A, og den ydre Varmeledningskoefficient ligesom før h, Omgivelsernes Temperatur T_0, bliver den af Plade II optagne Varmemængde

$$c \rho e_0 \, d\theta + A h (\theta - T_0) \, dt ,$$

hvilket i Forbindelse med det andet Udtryk for samme Varmemængde giver

$$\left.\begin{aligned} & k_1 \lambda_1 \cos e_1 \lambda_1 \varphi \sin e_2 \lambda_2 \varphi + k_2 \lambda_2 \sin e_1 \lambda_1 \varphi \cos e_2 \lambda_2 \varphi \\ & \quad = \left(c \rho e_0 - \frac{Ah}{S \varphi^2} \right) \varphi \sin e_1 \lambda_1 \varphi \sin e_2 \lambda_2 \varphi . \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Er heri $k_2 = 0$, hvilket vil sige det samme, som at Plade III er borttaget, faas samme Udtryk for φ, som Weber har angivet. Nærværende Methode vil dog have den Fordel, at den ydre Varmeledning spiller en mindre Rolle, hvilket paa Grund af Vanskelighederne ved dens Maaling har nogen Betydning.

Antages $e_1 = e_2$, og fyldes begge Mellemrum med samme Legeme, samt tages intet Hensyn til Ledningsevnens Afhængighed af Temperaturen, faas

$$e_1 \lambda_1 \varphi \operatorname{tg} e_1 \lambda_1 \varphi = 2 \frac{c_1 \rho_1 e_1}{c \rho e_0} \frac{1}{1 - \frac{A h c_1 \rho_1 e_1^2}{S k_1 c \rho e_0} \left(\frac{1}{e_1 \lambda_1 \varphi} \right)^2} \quad (15)$$

Af denne Ligning i Forbindelse med (13) kan Varmeledningsevnen bestemmes paa samme Maade, som foran angivet. Forbindes to Forsøg, af hvilke det ene udføres ved variabel, det andel ved stationær Temperatur, vil man kunne faa baade Varmeledningens absolute Værdi og dens Afhængighed af Temperaturen bestemt. Jeg har dog hidtil intet saadant Forsøg udført og skal derfor ikke her indlade mig paa Enkelthederne af Beregningen for dette Tilfælde.

II. Varmeledning i Luften.

Paa den her beskrevne Maade kan man vel undersøge Luftens Varmeledning og navnlig sammenligne forskjellige Luftarters Ledningsevne. Imidlertid er det vanskeligt at erholde nøjagtige Resultater, da dertil udfordres, at det ene Mellemrum omdannes til et lufttæt Kar. Dette kan vel opnaas ved at lægge en Glasring ind mellem Pladerne, men dette frembringer en betydelig Ledning, som i Almindelighed vil være større end Ledningen gjennem Luften, jeg skal her indskrænke mig til at omtale nogle Forsøg, hvorved Loven for Varmeledningen gjennem Luft bekræftes, og hvorved man tillige faar et Begreb om den ydre Varmelednings Indflydelse.

De første Forsøg, her skal omtales, gik ud paa at undersøge Lufttemperaturens Indflydelse paa Ledningsevnen.

Tabel I.

Begge Mellemrum fyldte med Luft. $e_1 = e_2 = 0^c.0214$.

a.	$T_0 = 10^\circ.6$.			b.	$T_0 = 12^\circ.0$			c.	$T_0 = 13^\circ.0$.		
	T_1	T_2	T_3		T_1	T_2	T_3		T_1	T_2	T_3
1′	19°.8	13°.0	6°.4		33°.6	20°.5	7°.3		48°.4	28°.75	8°.35
3	19.55	13.0	6.4		33.5	20.5	7.3		48.8	28.7	8.4
5	19.4	12.9	6.4		33.9	20.6	7.3		48.8	28.8	8.35
7	19.4	12.8	6.3		33.75	20.6	7.3		48.8	28.8	8.4
9	19.6	12.8	6.2		33.9	20.6	7 3		48.45	28.8	8.4
11	19.6	12.85	6.15		33.7	20.65	7.2		48.9	28.75	8.4
13	19.4	12.8	6.15		33.8	20.6	7.2		48.6	28.8	8.4
Middel	19.54	12.88	6.29		33.73	20.58	7.27		48.68	28.77	8.39

Tabel II.

Begge Mellemrum fyldte med Luft. $e_1 = e_2 = 0^c.0754$.

a.	$T_0 = 11^\circ.8$			b.	$T_0 = 13^\circ.9$.		
	T_1	T_2	T_3		T_1	T_2	T_3
0′	25°.8	15°.6	5°.4		47°.6	26°.6	5°.25
3	25.8	15.6	5.4		48.0	26.6	5.2
6	26.15	15.65	5.45		47.6	26.6	5.2
9	26.0	15.7	5.5		47.6	26.6	5.2
12	25.8	15.75	5.5		47.8	26.6	5.2
15	25.6	15.65	5.4		47.6	26.6	5.2
18	—	—	—		47.6	26.6	5.2
Middel	25.86	15.66	5.44		47.69	26.60	5.21

Da e_1 og e_2 i begge disse Forsøgsrækker ere ligestore, skulde Differenserne $T_1 - T_2$ og $T_2 - T_3$ ogsaa være det, hvis Ledningsevnen var uafhængig af Varmegraden. At dette imidlertid ikke ganske er Tilfældet, viser følgende Sammenstilling.

Tabel III.

	T_2	$T_1 - T_2$	$T_2 - T_3$	s	δ	T_0	δ'
I a	12°.9	6°.66	6°.59	6°.6	+0°.07	10°.6	—0°.05
I b	20.6	13.15	13.31	13.2	—0.16	12.0	—0.19
I c	28.8	19.91	20.38	20.1	—0.47	13.0	—0.46
II a	15.7	10.20	10.22	10.2	—0.02	11.8	—0.04
II b	26.6	21.09	21.39	21.2	—0.30	13.9	—0.30

Man ser her, at $T_1 - T_2$ i Almindelighed ikke er lig $T_2 - T_3$, og at altsaa Varmeledningsevnen ikke er konstant. At $(T_1 - T_2) - (T_2 - T_3) = \delta$ med voxende Differenser bliver negativ, viser, at denne Uligestorhed ikke kan forklares af den ydre Varmeledning. Denne vil nemlig gjøre Differensen positiv. Sættes i Formlen (5) $k_1 = k_2 = k$, $a_1 = a_2 = a$, antager den Formen

$$\delta + \tfrac{1}{2}a\,[T_1^2 - 2T_2^2 + T_3^2] = \frac{hAe_1}{kS}(T_2 - T_0).$$

Sættes tillige

$$\frac{T_1 - T_2}{2} + \frac{T_2 - T_3}{2} = s,$$

faas

$$\delta + a\,[s^2 + \delta T_2] = \frac{hAe_1}{kS}(T_2 - T_0). \quad . \; . \; . \; . \quad (16)$$

I alle de anførte Forsøg er δ enten forsvindende eller negativ, medens $T_2 - T_0$ er positiv. Deraf følger, at det Led, som indeholder a, maa have en fremtrædende Betydning. Ja, det synes, som om den ydre Varmeledning næsten ingen Indflydelse har; thi anvendes ovenstaaende Formel paa Forsøgene i Tabel II, bliver sidste Led over 3 Gange større, end naar den anvendes paa Forsøgene i Tabel I, hvilket maatte indvirke stærkt paa δ og gjøre den numerisk mindre. Dette er vel ogsaa Tilfældet, men ikke i saa høj Grad, som man skulde vente.

Af de i Tabel III anførte Størrelser lader a sig beregne ved Hjælp af Formel (16), og man faar da

$$\left.\begin{aligned} a &= 0.001504, \\ \frac{hA}{kS} &= 0.3931. \end{aligned}\right\}$$

Indsættes disse Værdier i (16), kan δ beregnes; Resultatet af denne Beregning er anført i Tabel III under δ'. Overensstemmelsen mellem δ og δ' er vel ret tilfredsstillende, undtagen for de første Værdiers Vedkommende. Men i det hele kan der ikke tillægges denne Beregning stor Værdi, da den Størrelse δ, hvorpaa det hele hviler, er saa lille, at den ikke kunde bestemmes med synderlig Nøjagtighed. Jeg tør derfor ikke udlede andet af disse Forsøg, end at Varmeledningsevnen voxer med Temperaturen uden at give nogen bestemt Værdi for Koefficienten α. Af tidligere Bestemmelser af denne Størrelse kjender jeg kun Winkelmanns (Pogg. Ann. Bd. 157 og 159). Han har først angivet, at α var 0.00365, senere at den var 0.00277, og det var jo muligt, at den kunde være endnu mindre. Jeg haaber forøvrigt snart at kunne undersøge denne Sag nøjere ved Hjælp af Thermometre, der gaa til 300°, og haaber derved at faa den sande Værdi af α frem.

Jeg har dernæst søgt at vise, at Varmeledningen er uafhængig af de Overfladers Natur, imellem hvilke Varmen strømmer over. Til Forsøg herover egner denne Methode sig særdeles godt. Naar et Legeme afkjøles i Luften, tilskriver man i Almindelighed Udstraalingen dette, og det er utvivlsomt, at Legemerne tabe en Del Varme paa denne Maade; men ganske sikkert er man tilbøjelig til at overvurdere Udstraalingens Betydning. Stefan fandt ved sine Forsøg over Varmeledning i Luft, at Overfladens Beskaffenhed var af liden eller ingen Betydning. Det samme sés af efterfølgende Forsøgsrækker.

Tabel IV.

$e_1 = 0^c.0847$, $e_2 = 0^c.0855$.

Alle Sider blanke.

	T_1	T_2	T_3
$0'$	41.0°	29.6°	18.7°
5	40.65	29.6	18.6
10	40.8	29.6	18.5
15	40.7	29.5	18.4
Middel	40.8	29.6	18.55

Tabel V.

$e_1 = 0^c.0847$, $e_2 = 0^c.0855$.

d sværtet.

T_1	T_2	T_3
41.7°	29.4°	17.8°
41.4	29.6	17.7
41.4	29.6	17.6
41.6	29.5	17.8
41.5	29.5	17.7

Tabel VI.

$e_1 = 0^c.0938$, $e_2 = 0^c.0898$.

c og *d* sværtede.

	T_1	T_2	T_3
0′	41°.95	29°.8	18°.2
5	42.2	29.8	18.2
10	42.4	29.85	17.9
15	42.2	29.8	17.8
Middel	42.2	29.8	18.0

Tabel VII.

$e_1 = 0^c.0847$, $e_2 = 0^c.0854$.

d overtrukken med tør Fuchsin.

T_1	T_2	T_3
40°.4	28°.6	17°.4
39.8	28.7	17.6
40.6	29.0	17.6
40.6	29.0	17.6
40.35	28.8	17.55

Her ere de fire Overflader, der begrænse Mellemrummene, betegnede med *a*, *b*, *c* og *d*, saaledes at den øverste Plades Underside er *a*, den midterste Plades Underside *c* o. s. v. Resultaterne ere sammendragne i følgende Tabel.

Tabel VIII.

	$T_1 - T_2$	$T_2 - T_3$
IV	11°.2	11°.05
V	12.0	11.8
VI	12.4	11.8
VII	11.55	11.25

Man ser her, at Overfladens Beskaffenhed ingen kjendelig Indflydelse har paa den Varmemængde, som meddeles fra den ene Plade til den anden. Den Varmemængde, som et Legeme afgiver til Luften, er altsaa ved de lave Varmegrader, hvorom her er Tale, afgiven ved Ledning. At der foregaar Udstraaling selv ved meget lave Varmegrader, er imidlertid utvivlsomt, det følger af Forsøgene med Leslies Terning, som tydelig viser, at Overflader af ulige Beskaffenhed udstraale ulige meget. Men man kan heraf slutte, at den udstraalende Varme er meget ringe i Sammenligning med den bortledede, og naar man er kommen til at tillægge Udstraalingen saa stor Indflydelse, saa ligger det i, at man i Mellonis Støtte har et overordentlig følsomt Instrument.

III. Varmeledning i Vædsker.

Nærværende Methode egner sig særlig til Undersøgelser over Vædskernes Varmeledningsevne. Vel træder ved Anvendelse af højere Varmegrader Fordampningen forstyrrende til, men for mange Vædsker lader den sig dog anvende uden videre, og for flygtige Vædskers Vedkommende kan man omdanne Mellemrummet til et Kar ved at lægge en Glasring mellem Pladerne. Ledningen i denne faar ikke saa stor Betydning her, da Vædskerne i det Hele lede Varmen lige saa godt som Glasset. Vanskeligst stiller Sagen sig med Vædsker, der optage Luft i sig, idet denne ved Opvarmning træder frem som Luftbobler, dette er naturligvis især Tilfældet for Vandets Vedkommende. Ja blot den Lufthinde, som hefter ved Kobberpladerne, kan træde forstyrrende frem og vil tilsyneladende forøge Ledningsmodstanden.

I Tabel IX findes Resultaterne af en Række Forsøg, i hvilke det øverste Mellemrum bestandig var fyldt med Luft, det nederste med en af Vædskerne, Vand, Glycerin, Vinaand, Olivenolie og Citronolie. Luftlaget havde en Tykkelse $e_1 = 0^c.0214$, Vædskelagets Tykkelse $e_2 = 0^c.1909$. Vædskens Fordampning havde ingen kjendelig Indvirkning undtagen ved Vinaand og Olivenolie. Ved den første var Vædskehindens Diameter ved Forsøgets Slutning formindsket med omtrent $0^c.3$, ved den sidste med $0^c.5$.

Tabel IX.

	a. Luft og Vand. $T_0 = 13^\circ.4$.			b. Luft og Vand. $T_0 = 13^\circ.9$.			c. Luft og Vinaand. $T_0 = 14^\circ.2$.			d. Luft og Glycerin. $T_0 = 16^\circ.4$.		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0′	28°.6	14°.8	8°.7	45°.7	20°.8	10°.4	30°.2	19°.6	7°.8	31°.2	16°.8	6°.6
2	29.4	14.65	8.5	45.8	21.0	10.55	29.8	19.6	7.75	31.1	16.8	6.6
4	30.0	14.8	8.4	45.95	21.15	10.6	30.0	19.6	7.6	31.0	16.7	6.4
6	29.8	14.8	8.45	46.0	21.2	10.55	30.4	19.65	7.6	31.35	16.65	6.35
8	30.5	14.9	8.5	46.05	21.2	10.4	30.2	19.7	7.6	31.3	16.65	6.4
10	30.2	15.0	8.5	46.0	21.15	10.4	—	—	—	31.2	16.65	6.4
12	30.2	14.9	8.5	46.0	21.1	10.4	—	—	—	31.15	16.6	6.4
Middel	29.81	14.84	8.51	45.93	21.09	10.47	30.12	19.63	7.67	31.20	16.69	6.45

Tabel IX (fortsat).

	e. Luft og Glycerin. $T_0 = 16^\circ.4$.			f. Luft og Olivenolie. $T_0 = 17^\circ.8$.			g. Luft og Olivenolie. $T_0 = 18^\circ.2$.			h. Luft og Citronolie. $T_0 = 19^\circ.0$.		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0′	46°.4	23°.6	7°.4	32°.8	21°.3	6°.4	48°.4	30°.6	6°.75	31°.75	20°.5	5°.65
2	45.9	23.55	7.4	32.6	21.3	6.3	48.5	30.65	6.75	31.6	20.6	5.6
4	46.0	23.5	7.35	32.2	21.2	6.2	48.3	30.6	6.75	31.7	20.65	5.6
6	46.2	23.45	7.35	32.4	21.1	6.2	48.5	30.6	6.75	31.85	20.8	5.6
8	46.1	23.6	7.35	32.8	21.2	6.15	48.4	30.65	6.75	31.45	20.75	5.6
10	46.2	23.5	7.4	32.6	21.2	6.1	48.7	30.7	6.75	31.65	20.75	5.6
12	46.4	23.6	7.4	32.8	21.2	6.1	—	—	—	—	—	—
Middel	46.17	23.54	7.38	32.60	21.21	6.21	48.47	30.63	6.75	31.67	20.67	5.61

Tabel X.

	$\frac{1}{2}(T_1+T_2)$	T_1-T_2	$\frac{1}{2}(T_2+T_3)$	T_2-T_3	T_2-T_0	K
a. Luft og Vand	22.32	14.97	11.67	6.33	1.4	21.09
b. Luft og Vand	33.51	24.84	15.78	10.62	7.2	20.87
c. Luft og Vinaand . .	24.88	10.49	13.65	11.96	5.4	7.82
d. Luft og Glycerin . .	23.94	14.52	11.57	10.24	0.3	12.64
e. Luft og Glycerin . .	34.85	22.63	15.46	16.16	7.1	12.49
f. Luft og Olivenolie .	26.90	11.39	13.71	15.00	3.4	6.77
g. Luft og Olivenolie .	39.55	17.84	18.69	23.88	12.4	6.66
h. Luft og Citronolie .	26.17	11.00	13.14	15.06	1.7	6.52

I ovenstaaende Tabel X findes en Sammenstilling af Resultaterne af Tabel IX. I sidste Rubrik er tillige angivet under K Forholdet mellem Ledeevnen for Vædsken og Luft, beregnet efter Formel (1), hvor tillige for Vinaandens og Citronoliens Vedkommende er taget Hensyn til den ved Fordampningen fremkomne Formindskelse af det ledende Lag. For Vandets, Glycerinens og Olivenoliens Vedkommende ses det tillige, at Ledningsevnen K aftager med voxende Temperatur, dette ligger dog vistnok i, at Luftens Ledningsevne voxer stærkere end Vædskernes.

Som en Prøve paa Rigtigheden af de foran fundne Størrelser har jeg anstillet de i Tabel XI angivne Forsøg, i hvilke det øverste Mellemrum $e_1 = 0^c.1945$ var fyldt med Olivenolie, det nederste $e_2 = 0^c.1937$ med Glycerin.

Tabel XI.
Olivenolie og Glycerin.
$e_1 = 0^c.1945, \quad e_2 = 0^c.1937.$

	$T_0 = 17°.0.$			$T_0 = 16°.8.$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0'	35°.35	16°.7	6°.4	49°.2	21°.45	6°.8
2	35.0	16.6	6.3	49.2	21.55	6.8
4	35.2	16.45	6.2	49.2	21.6	6.8
6	35.45	16.45	6.2	49.2	21.6	6.8
8	35.2	16.4	6.2	49.0	21.6	6.8
10	35.3	16.4	6.2	48.8	21.55	6.75
12	35.65	16.45	6.2	49.0	21.5	6.8
Middel	35.31	16.49	6.24	49.09	21.55	6.79

Heraf faas

$T_1 - T_2$	$T_2 - T_3$	$T_2 - T_0$
18.82	10.25	—0.5
27.54	14.76	4.8.

Disse give Forholdet mellem Glycerinens og Olivenoliens Ledningsevne respektive lig

1.83 og 1.86,

medens Tabel X viser, at Forholdet er 1.87. Denne Overensstemmelse er særdeles tilfredsstillende og viser tillige, hvor liden Indflydelse Afledningen til Luften har.

Tabel XII.

	K	K'	$\frac{K}{K'}$
Vand	21.09	0.0745	283
Vinaand	7.82	0.0292	268
Glycerin	12.64	0.0402	314
Olivenolie . . .	6.77	0.0235	288
Citronolie . . .	6.77	0.0210	310

I ovenstaaende Tabel XII findes under K Vædskernes Ledningsevne efter Tabel X, under K' de af Weber for de samme Vædsker fundne Tal. Endelig i den sidste Rubrik Forholdet mellem dem. Man ser, at Rækkefølgen i begge Tilfælde er den samme, om end Forholdet ikke er konstant. Imidlertid kunde dette heller ikke ventes at være Tilfældet, da de anvendte Legemer ikke ere identiske, og navnlig for Vinaandens og Glycerinens Vedkommende kan Koncentrationen være temmelig forskjellig. Jeg har ikke rettet mine Forsøg for Temperaturen. Vel lader dens Indflydelse sig beregne efter (5) med Anvendelse af de i Forsøgene over Luften fundne Koefficienter (og jeg har ogsaa udført disse Beregninger), men da jeg ikke nærer stor Tillid til disse Koefficienter af de foran angivne Grunde, skal jeg ikke her gaa videre ind derpaa.

Saameget vil i hvert Fald fremgaa af det foregaaende, at nærværende Methode giver en bekvem og sikker Vej til Maaling af Legemernes Ledningsevne for Varme. Jeg skal kun tilføje, at det ved Anvendelsen af den vil være naturligt at udtrykke Ledeevnen af Legemerne i Forhold til Luftens. Derved vil man faa Talværdier for de fleste Legemer, som ere imellem 1 og 20, hvilket er behageligere end at benytte Brøker med store Nævnere; kun for Metallerne vil man faa Værdier, der ligge langt udenfor disse Grændser. En Fordel er det ogsaa, at Luftens Ledningsevne er uafhængig af dens Tæthed. Det, det her kommer an paa, er at faa Temperatur-Koefficienten for Luftens Ledeevne bestemt med størst mulig Nøjagtighed.